**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ**

# ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
# ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ & ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΥΓΕΙΑΣ (23/05/2016)

**ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

## ΘΕΜΑ Α

**Α1.** β

**Α2.** γ

**Α3.** β

**Α4.** δ

**Α5.** α) Σ, β) Λ, γ) Σ, δ) Λ, ε) Λ

## ΘΕΜΑ Β

**Β1.**

**Σωστή είναι η απάντηση iii)**

**Αιτιολόγηση:**

Ένας παρατηρητής που βρίσκεται στο τούνελ ακούει ήχο συχνότητας

$f_{τουνελ} = \frac{U_{ηχ}}{U_{ηχ} - u_{τρ}} = \frac{U_{ηχ}}{U_{ηχ} - \frac{U_{ηχ}}{10}} fs$ . Η ανάκλαση του ήχου γίνεται στα τοιχώματα του τούνελ και ο

ήχος που εκπέμπεται έχει την ίδια συχνότητα με αυτήν που ακούει ο παρατηρητής στην είσοδο του τούνελ. Τέλος ο παρατηρητής αφού είναι ακίνητος ακούει την ίδια συχνότητα, άρα

$= f_2 = \frac{1}{\frac{9}{10}} fs \Rightarrow f_2 = \frac{10}{9} fs$

Ο παρατηρητής ακούει απ' ευθείας από το τραίνο ήχο συχνότητας $f_1 = \frac{U_{ηχ}}{U_{ηχ} + \frac{U_{ηχ}}{10}} fs = \frac{10}{11} fs$

Διαιρώντας κατά μέλη έχουμε:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{10}{11}\cancel{f}s}{\frac{10}{9}\cancel{f}s} \Rightarrow \boxed{\frac{f_1}{f_2} = \frac{9}{11}}$$

**Β2.**

**Σωστή απάντηση είναι η i)**

**Αιτιολόγηση:**

Για ένα στάσιμο κύμα γνωρίζουμε ότι το πλάτος του δίνεται από την σχέση:

$$A_M = \left|2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\right| = \left|2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi\frac{9\cancel{\lambda}}{8}}{\cancel{\lambda}}\right| =$$

$$= \left|2A\sigma\upsilon\nu\frac{9\pi}{4}\right| = \left|2A\sigma\upsilon\nu\left(2\pi+\frac{\pi}{4}\right)\right| = 2A\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4} =$$

$$= \cancel{2}A\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}} = A\sqrt{2}$$

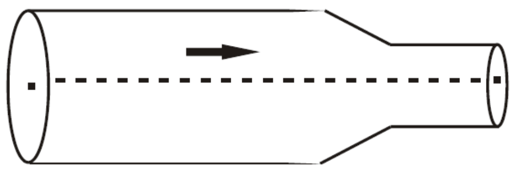
Η μέγιστη ταχύτητα ενός σημείου σε ένα στάσιμο κύμα δίνεται από την σχέση:

$$U_{max} = \frac{2\pi}{T}A_M \Rightarrow \boxed{U_{max} = \frac{2\pi A\sqrt{2}}{T}}$$

**Β3.**

**Σωστή είναι η απάντηση ii)**

**Αιτιολόγηση:**




Η παροχή στο σωλήνα μας θα παραμείνει σταθερή. Έτσι: $\Pi_A = \Pi_B$

$A_A u_A = A_B u_B \Rightarrow 2u_A A_B = u_B A_B \Rightarrow u_B = 2u_A \quad (1)$

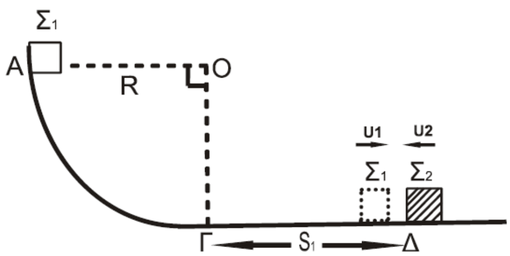
Η ανα μονάδα όγκου κινητική ενέργεια είναι $\frac{1}{2}\rho u_A^2 = \Lambda \, (2)$

$$\frac{1}{2}\rho u_B^2 \overset{(1)}{=} \frac{1}{2}\rho 4u_A^2 = 4\frac{1}{2}\rho u_A^2 = 4\Lambda \, (3)$$

Εφαρμόζοντας το θεώρημα του Bernoulli για τα σημεία Α και Β της ίδιας ρευματικής γραμμής θα έχουμε:

$$P_A + \frac{1}{2}\rho u_A^2 + \cancel{\rho g y} = P_B + \frac{1}{2}\rho u_B^2 + \cancel{\rho g y} \overset{(3)}{\Rightarrow} P_A + \Lambda = P_B + 4\Lambda \Rightarrow \boxed{P_A - P_B = 3\Lambda}$$

## ΘΕΜΑ Γ



**Γ1.**

Για να βρούμε την ταχύτητα στη θέση Γ θα χρησιμοποιήσουμε κάποιο ενεργειακό θεώρημα. Εδώ χρησιμοποιούμε ΑΔΜΕ $A \to \Gamma$ αφού οι δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα είτε είναι συντηρητικές (βάρος) είτε δεν παράγουν - καταναλώνουν έργο (κάθετη αντίδραση). Είναι ευνόητο ότι ο μαθητής μπορεί να χρησιμοποιήσει ΘΜΚΕ.... Έτσι:

$$E_{\mu\eta\chi}^{(A)} = E_{\mu\eta\chi}^{(\Gamma)}$$

$$\cancel{K_A}^{0} + U_A = K_\Gamma + \cancel{U_\Gamma}^{0}$$

$$\cancel{m}gR = \frac{1}{2}\cancel{m}u_\Gamma^{\,2} \Rightarrow u_\Gamma = \sqrt{2gR} = \sqrt{100} \Rightarrow \boxed{u_\Gamma = 10m/s}$$

**Γ2.**

Για τον υπολογισμό των ταχυτήτων μετά την κρούση θα πρέπει πρώτα να βρούμε την ταχύτητα του σώματος (1) πριν από την κρούση αφού το δάπεδο δεν είναι λείο. Θα χρησιμοποιήσουμε ξανά ενεργειακό θεώρημα (στην περίπτωσή μας ΘΜΚΕ $\Gamma \to \Delta$ αλλά κάποιος άλλος μαθητής θα μπορούσε να κάνει μια λύση δυναμική - κνηματική βασισμένη στις σχέσεις του Νεύτωνα και της επιβραδυνόμενης κίνησης. Έτσι:

$$K_\Delta - K_\Gamma = -\mu m g S_1$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}u_\Delta^2 - \frac{1}{2}\cancel{m}u_\Gamma^2 = -\mu\cancel{m}gS_1$$

$$u_\Delta^2 - u_\Gamma^{\,2} = -2\mu g S_1 \Rightarrow$$

$$u_\Delta^2 = u_\Gamma^2 - 2\mu g S_1 = 100 - 2\cdot 0{,}5\cdot 10\cdot 3{,}6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u_{\Delta_1}^{\;2} = 100 - 36 = 64 \Rightarrow u_{\Delta_1} = 8\,{}^{m}\!/_{sec} \Rightarrow u_1 = 8\,{}^{m}\!/_{sec}$$

Από τις γνωστές σχέσεις των ελαστικών κρούσεων (βρίσκονται στο σχολικό βιβλίο και δεν χρειάζονται απόδειξη) και με βάση το δεδομένο ότι θεωρούμε εδώ θετική φορά προς τα δεξιά ($u_2$=-4m/s), θα έχουμε:

$$u_1{}' = \frac{2m_2}{m_1 + m_2}u_2 + \frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}u_1$$

$$= \frac{6m_1}{m_1 + 3m_1}u_2 + \frac{(m_1 - 3m_1)}{4m_1}u_1$$

$$= \frac{6}{4}u_2 - \frac{2\cancel{m_1}}{4\cancel{m_1}}u_1 = -6 - 4 = -10\,{}^{m}\!/_{sec} \Rightarrow \boxed{u_1{}' = -10\,{}^{m}\!/_{sec}}$$

Για την ταχύτητα του δεύτερου σώματος θα έχουμε:

$$u_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}u_1 + \frac{(m_2-m_1)}{m_1+m_2}u_2 = \frac{2m_1}{4m_1}u_1 + \frac{2m_1}{4m_1}u_2 =$$
$$= \frac{u_1}{2} + \frac{u_2}{2} = \frac{8}{2} - \frac{4}{2} = 2\,{}^{m}\!/_{sec} \Rightarrow \boxed{u_2' = 2\,{}^{m}\!/_{sec}}$$

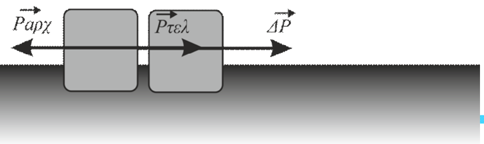
όπου βέβαια το (-) στην πρώτη περίπτωση μας δείχνει ότι το πρώτο σώμα κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση, δηλαδή προς τα αριστερά.

**Γ3.**

Χρησιμοποιώντας την ίδια θετική φορά που είχαμε χρησιμοποιήσει και στα προηγούμενα:

$$\Delta\vec{P_2} = \overrightarrow{P_2^{\tau\varepsilon\lambda.}} - \overrightarrow{P_2^{\alpha\rho\chi.}} = \overrightarrow{P_2^{\tau\varepsilon\lambda.}} + \left(-\overrightarrow{P_2^{\alpha\rho\chi.}}\right) \Rightarrow \Delta P_2 = m_2u_2' - m_2u_2 \Rightarrow$$
$$\Delta P_2 = 3\cdot 2 - 3(-4) = 6 + 12 = 18Kg\,{}^{m}\!/_{sec}$$

ενώ η φορά του διανύσματος είναι προς τα δεξιά



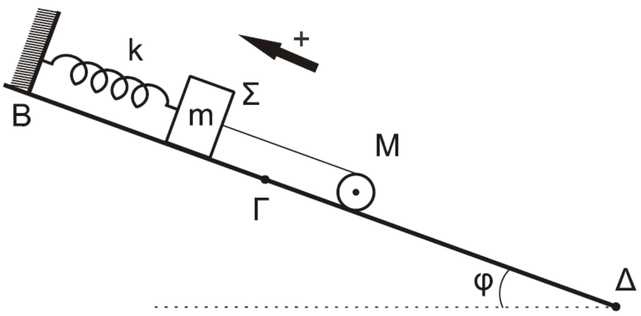

**Γ4.**

Για το ζητούμενο ποσοστό θα έχουμε:

$$\frac{K_{\tau\varepsilon\lambda.} - K_{\alpha\rho\chi.}}{K_{\alpha\rho\chi.}}100\% = \frac{\frac{1}{2}mu_{\tau\varepsilon\lambda}^{\ 2} - \frac{1}{2}mu_{\alpha\rho\chi}^{\ 2}}{\frac{1}{2}mu_{\alpha\rho\chi.}^{\ 2}}100\% = \frac{100-64}{64}100\% = 56,25\%$$

Εννοείται πως οποιαδήποτε λύση η οποία βρίσκεται εντός του πνεύματος του ποσοστού γίνεται αποδεκτή (π.χ Να βρούμε πρώτα την αρχική κινητική ενέργεια μετά την τελική, να αφαιρέσουμε την αρχική από την τελική και να διαιρέσουμε με την αρχική κλπ.)

**ΘΕΜΑ Δ**




**Δ1.**

Στον κύλινδρο ασκούνται το βάρος του, Η τάση του νήματος και η τριβή για τις οποίες θα ισχύει:

$$\left.\begin{array}{r}\Sigma F_x = 0 \Rightarrow W_x = J + T\upsilon \\ \Sigma\tau = 0 \Rightarrow J\cancel{R} = T\upsilon\cancel{R}\end{array}\right\} \Rightarrow W_x = 2T\upsilon$$

όμως:

$$W_x = Mg\eta\mu\varphi = 20\cdot\eta\mu 30^\circ = 20\cdot\frac{1}{2} = 10N$$

και έτσι:

$$T\upsilon = J = \frac{W_x}{2} = 5N$$

Για το σώμα που είναι συνδεδεμένο στο ελατήριο (Σώμα m) ισχύει:

$$W_x = mg\eta\mu 30^\circ = 10\cdot\eta\mu 30^\circ = 5N$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = W_x + T'\upsilon \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = 5 + 5 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = 10N$$

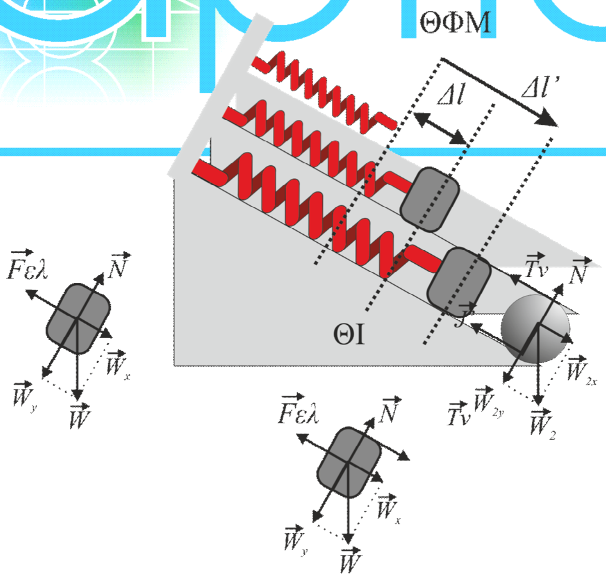
Οι δυνάμεις του νήματος Τν και Τ'ν είναι κατά μέτρο ίσες αφού το νήμα είναι αβαρές και μη εκτατό. Έτσι θα έχουμε:

$$F_{\varepsilon\lambda} = K\cdot\Delta l' \Rightarrow \frac{10}{100} = \Delta l' \Rightarrow \Delta l' = 0,1m$$

Στη θέση ισορροπίας του συστήματος μάζες - ελατήριο θα ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = W_x \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = 5 \Rightarrow K\cdot\Delta l = 5 \Rightarrow \Delta l = \frac{5}{100} = 0,05m$$

Η θέση στην οποία κόβεται το νήμα είναι στην πραγματικότητα και η θέση μέγιστης αρνητικής απομάκρυνσης. Έτσι το πλάτος μπορεί να προσδιοριστεί από την σχέση $A = \Delta l' - \Delta l = 0,05m$




Στα δύο ένθετα σχήματα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα που είναι συνδεδεμένο με το ελατήριο.

**Δ2.**

Η γενική σχέση απομάκρυνσης - χρόνου είναι η $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$

Για τον προσδιορισμό του ω έχουμε: $K = m\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10\, {}^{r}\!/\!_{sec}$

Ενώ A=0,05m

Για t=0 $\rightarrow x = -A$

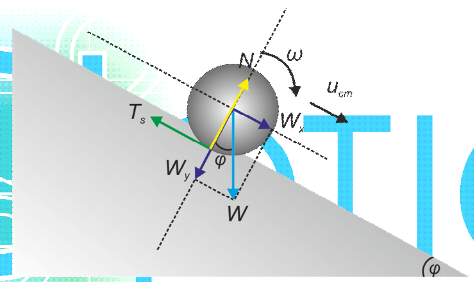
$$\text{Άρα } -A = A\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = -1 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \eta\mu\frac{3\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} \varphi_0 = 2\kappa\pi + \dfrac{3\pi}{2} \\ \varphi_0 = 2\kappa\pi + \pi - \dfrac{3\pi}{2} = 2\kappa\pi - \dfrac{\pi}{2} \end{array}\right\} \overset{\kappa=0}{\Rightarrow} \varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$$

$$F_{E\Pi} = -D \cdot x \Rightarrow F_{E\Pi} = -K \cdot x = -100 \cdot 0,05\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow \boxed{F_{E\Pi} = -5\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right)} (SI)$$

**Δ3.**

Για την κύλιση του δίσκου θα έχουμε:




$$\left.\begin{array}{l} Mg\eta\mu\varphi - T_s = M\alpha_{cm} \\ T_s \cancel{R} = \dfrac{1}{2} M R^{\cancel{2}} \dfrac{\alpha_{cm}}{\cancel{R}} \end{array}\right\} \Rightarrow \cancel{M} g\eta\mu\varphi - \frac{\cancel{M}\alpha_{cm}}{2} = \cancel{M}\alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g\eta\mu\varphi = \frac{3\alpha_{cm}}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha_{cm} = \frac{2g\eta\mu\varphi}{3} = \frac{10}{3}\, {}^{m}\!/\!_{s^2}}$$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha_{cm}}{R} = \frac{\frac{10}{3}}{0,1} \Rightarrow \boxed{\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{100}{3}\, {}^{r}\!/\!_{s^2}}$$

Από τον αριθμό των περιστροφών μπορούμε να προσδιορίσουμε τη γωνία στροφής.

$$N = \frac{12}{\pi} = \frac{\Delta\Theta}{2\pi} \Rightarrow \Delta\Theta = \frac{12}{\pi} \cdot 2\pi \Rightarrow \Delta\Theta = 24rad$$

και από την γωνία τον χρόνο

$$\Delta\Theta = \frac{1}{2}\alpha\gamma\omega\nu t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\Delta\Theta}{\alpha\gamma\omega\nu}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 24}{\frac{100}{3}}} = 1,2\sec$$

Μια εναλλακτική προσέγγιση θα ήταν να βρούμε την απόσταση S που διανύει όταν έχει κάνει N στροφές και από εκεί να βρούμε τον χρόνο μέσω των σχέσεων της κινηματικής. Τελικά:

$$L = I \cdot \omega = \frac{1}{2} M R^2 \alpha_{\gamma\omega\nu} t = \frac{1}{2} M R^2 \alpha_{\gamma\omega\nu} t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0,01 \cdot \frac{100}{3} \cdot 1,2 \Rightarrow \boxed{L = 0,4 Kg\, {m^2}/{s}}$$

Θα μπορούσαμε να προσεγγίσουμε το θέμα και ενεργειακά (αφού έχουμε υπολογίσει την απόσταση που έχει διανύσει το σώμα) με ΘΜΚΕ - ΑΔΕ αλλά θα χρειαστούμε κάποια στοιχεία όπως η επιτάχυνση και για το επόμενο ερώτημα.

**Δ4.**

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας μπορεί να βρεθεί:

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{\Delta K_{\mu\varepsilon\tau}}{\Delta t} + \frac{\Delta K_{\pi\varepsilon\rho}}{\Delta t} = \Sigma F \cdot u_{cm} + \Sigma\tau \cdot \omega =$$

$$= m\alpha_{cm} u_{cm} + I\alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \omega = m\alpha_{cm}^2 t' + \frac{1}{2} M R^2 \alpha_{\gamma\omega\nu}^2 t =$$

$$= 2 \cdot \frac{100}{9} \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0,01 \cdot \frac{10,000}{9} \cdot 3 =$$

$$= \frac{600}{9} + \frac{300}{9} = \frac{900}{9} = 100\, {J}/{sec} \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta K}{\Delta t} = 100\, {J}/{sec}}$$

Μια δεύτερη προσέγγιση θα ήταν να βρούμε την ολική κινητική ενέργεια και να παραγωγίσουμε την συνάρτηση ως προς τον χρόνο.