ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

&

ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΥΓΕΙΑΣ (13/06/2018)

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ

Α2. δ

Α3. α

Α4. δ

Α5. **α)** Λ

β) Σ

γ) Λ

δ) Σ

ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Αρχικά ας υπολογίσουμε την απόσταση d_2. Αυτό θα γίνει εύκολα με τη βοήθεια του Π.Θ. στο ορθ. τρίγωνο $\left(\Sigma \overset{\Delta}{K} \Lambda\right)$

$$d_2^2 = d_1^2 + d^2 = 4\lambda_1^2 + \frac{9\lambda_1^2}{4} = \frac{16\lambda_1^2 + 9\lambda_1^2}{4} = \frac{25\lambda_1^2}{4}$$

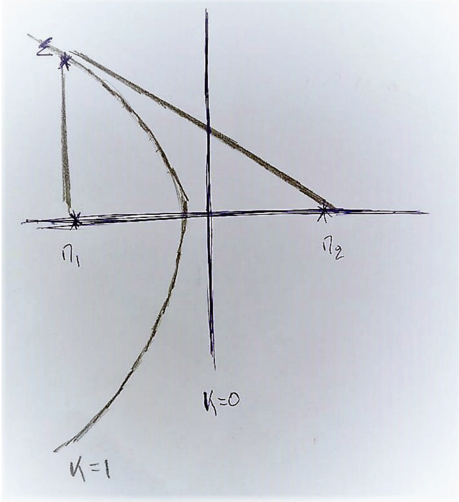
$$\Rightarrow d_2 = \frac{5\lambda_1}{2}$$

Για παραπάνω γνώση (*προαιρετικά*)

Ας βρούμε τώρα αν το (Σ) βρισκόταν πάνω σε κάποια υπερβολή ενίσχυσης ή απόσβεσης πριν τον διπλασιασμό της συχνότητας.

$$|d_2 - d_1| = K\frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \frac{5\lambda_1}{2} - 2\lambda_1 = K\frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \frac{5\lambda_1 - 4\lambda_1}{2} = K\frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \frac{\cancel{\lambda_1}}{\cancel{2}} = K\frac{\cancel{\lambda_1}}{\cancel{2}} \Rightarrow K = 1$$

Άρα το Σ αρχικά βρισκόταν πάνω στην πρώτη υπερβολή απόσβεσης όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα:



Αφού διπλασιάζουμε την συχνότητα η ταχύτητα θα μείνει προφανώς ανεπηρέαστη άρα θα ισχύει ότι:

$$\left.\begin{aligned} U &= \lambda \cdot f \\ U &= \lambda' \cdot f' \end{aligned}\right\} \Rightarrow \lambda_1 \cdot \cancel{f_1} = \lambda' \cdot 2\cancel{f_1} \Rightarrow \lambda' = \frac{\lambda_1}{2}$$

Επομένως,

$$d_2 - d_1 = K\frac{\lambda'}{2} \Rightarrow \frac{5\lambda_1}{2} - 2\lambda_1 = K\frac{\lambda_1}{4} \Rightarrow \frac{\cancel{\lambda_1}}{\cancel{2}} = K\frac{\cancel{\lambda_1}}{\cancel{4}\,2}$$

$$\Rightarrow K = 2$$

Άρα βρέθηκε σε υπερβολή ενίσχυσης

Συνεπώς το i

Β2.

Όταν μεταβεί σε τροχιά μικρότερης ακτίνας προφανώς θα έχει και διαφορετική γωνιακή ταχύτητα ω΄. Προκειμένου να την υπολογίσουμε θα χρησιμοποιήσουμε την Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής

$$L_{ΠΡΙΝ} = L_{ΜΕΤΑ}$$

$$\Rightarrow \cancel{m} \cdot U \cdot \cancel{R} = \cancel{m} \cdot U' \cdot \frac{\cancel{R}}{2}$$

$$\Rightarrow U' = 2U$$

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. από την αρχική κατάσταση στην τελική.

Θ.Μ.Κ.Ε. $_{ΑΡΧ \Rightarrow ΤΕΛ}$

$$K_{ΤΕΛ} - K_{ΑΡΧ} = W_F$$

$$\frac{1}{2}mU^2_{ΤΕΛ} - \frac{1}{2}mU^2_{ΑΡΧ} = W_F$$

$$W_F = \frac{1}{2}m(2U)^2 - \frac{1}{2}mU^2 = \frac{1}{2}m\left(4U^2 - U^2\right) = \frac{1}{2}m \cdot 3U^2 = \frac{3}{2}m\omega^2 \cdot R^2$$

$$W_F = \frac{3}{2}mU^2R^2$$

Συνεπώς το iii

Β3.

Εφαρμόζουμε Bernoulli $_{Γ \to Δ}$

$$P_Γ + \frac{1}{2}\rho u_Γ{}^2 = P_Δ + \frac{1}{2}\rho u_Δ{}^2 + \rho gh \Rightarrow \left(P_Γ - P_Δ\right) = \frac{1}{2}\rho u_Δ{}^2 - \frac{1}{2}\rho u_Γ{}^2 + \rho gh$$

Λόγω της εξίσωση συνέχειας θα έχουμε ότι: $A_Γ u_Γ = A_Δ u_Δ \Rightarrow 2\cancel{A_Δ} u_Γ = \cancel{A_Δ} u_Δ \Rightarrow u_Δ = 2u_Γ$

Συνεπώς, η διαφορά πίεσης μεταξύ των σημείων Γ και Δ θα είναι ίση με:

$$\left(P_Γ - P_Δ\right) = \frac{1}{2}\rho \cdot 4u_Γ{}^2 - \frac{1}{2}\rho u_Γ{}^2 + \rho gh = \frac{3}{2}\rho u_Γ{}^2 + \rho gh$$

Το ρευστό όταν εγκαταλείψει τον σωλήνα θα εκτελέσει οριζόντια βολή άρα

- $u_Δ = \dfrac{(ΖΚ)}{\Delta t_\pi} \Rightarrow 2u_Γ = \dfrac{4h}{\Delta t_\pi} \overset{\wedge 2}{\Rightarrow} \cancel{4} u_Γ{}^2 = \dfrac{\cancel{16}\, 4h^2}{\Delta t_\pi{}^2}$
- $h = \dfrac{1}{2}g\left(\Delta t_\pi\right)^2 \Rightarrow \left(\Delta t_\pi\right)^2 = \dfrac{2h}{g}$

$$u_Γ{}^2 = \frac{\cancel{4h^2}\, 2}{\cancel{2}\, \cancel{h}} g$$

$$u_Γ{}^2 = 2gh \Rightarrow gh = \frac{u_Γ{}^2}{2}$$

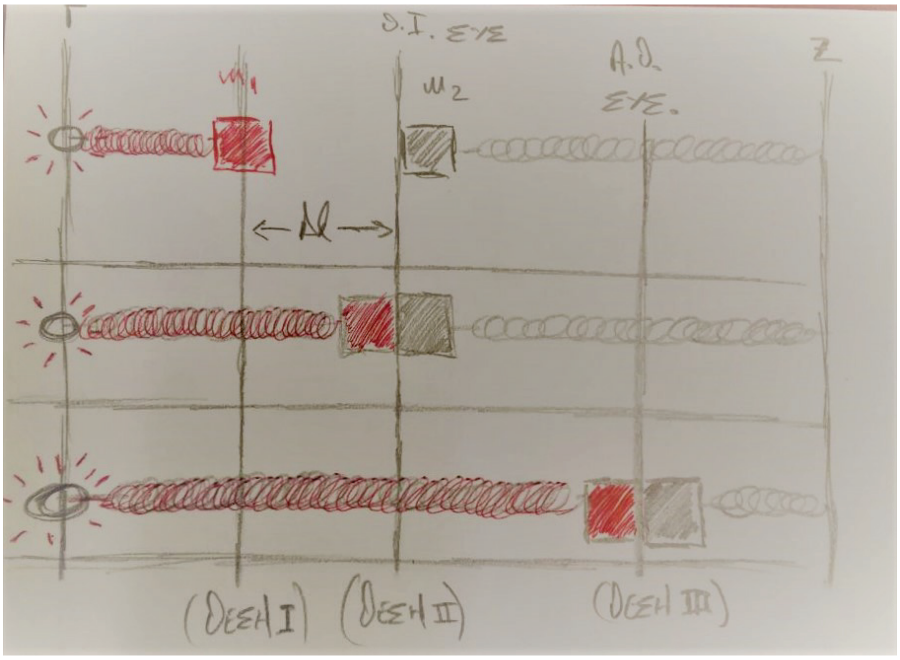
Συνεπώς,

$$\left(P_Γ - P_Δ\right) = \frac{3}{2}\rho u_Γ{}^2 + \rho\frac{u_Γ{}^2}{2} = 2\rho u_Γ{}^2$$

$$P_Γ - P_Δ = 2\rho u_Γ{}^2$$

Συνεπώς το i

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Το σώμα m_1 ξεκινάει από την ακραία θέση (θέση Ι). Μόλις φτάσει στη Θέση που βρίσκεται το m_2 (θέση ΙΙ) και πριν συγκρουστεί με αυτό, θα έχει ταχύτητα μέγιστη αφού διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του. Επομένως, για το m_1 θα ισχύει:

$$V_{MAX(1)} = \omega \cdot A' = \sqrt{\frac{K_1}{m_1}} \cdot \Delta l = \sqrt{\frac{50}{2}} \cdot 0,4 = \sqrt{25} \cdot 0,4 = 5 \cdot 0,4 = 2 \Rightarrow V_{MAX(1)} = 2m/s$$

Ο παρατηρητής που βρίσκεται πάνω στο m_1, απομακρύνεται από την πηγή. Άρα η συχνότητα που θα αντιλαμβάνεται αμέσως πριν τη σύγκρουση του m_1 με το m_2 θα είναι ίση με:

$$f_1 = \frac{U_H - V_{MAX(1)}}{U_H} f_s = \frac{U_H - 2}{U_H} f_s \Rightarrow f_1 = \frac{U_H - 2}{U_H} f_s$$

ΚΑΤΑ ΤΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΤΗΣ ΚΡΟΥΣΗΣ ΙΣΧΥΕΙ:

$$P_{ΠΡΙΝ} = P_{ΜΕΤΑ} \Rightarrow m_1 \cdot V_{MAX(1)} = (m_1 + m_2) V \Rightarrow V = \frac{m_1}{m_1 + m_2} V_{MAX(1)} = \frac{\cancel{m}}{2\cancel{m}} V_{MAX(1)} = 1$$

$$\Rightarrow V = \frac{m_1}{m_1 + m_2} V_{MAX(1)} = \frac{\cancel{m}}{2\cancel{m}} V_{MAX(1)} = 1 \Rightarrow V = 1m/s$$ με φορά προς τα δεξιά

Αμέσως μετά την πλαστική κρούση το σύστημα θα βρίσκεται στη θέση ΙΙ και θα έχει φορά προς τα δεξιά. Η συχνότητα που θα αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής από την πηγή θα είναι ίση με:

$$f_2 = \frac{u_H - V}{u_H} f_s = \frac{u_H - 1}{u_H} f_s$$

Συνεπώς:

$$\frac{f_1}{f_2}=\frac{\frac{u_H-2}{\cancel{u_H}}\cancel{f_s}}{\frac{u_H-1}{\cancel{u_H}}\cancel{f_s}}=\frac{u_H-2}{u_{H-1}}=\frac{338}{339}\Rightarrow\frac{f_1}{f_2}=\frac{338}{339}$$

Γ2.

Για το συσσωμάτωμα σε μια τυχαία θέση (Τ.Θ.) ισχύει:

$$\Sigma F_{x'x}=-F_{E\Lambda(1)}-F_{E\Lambda(2)}=-K_1X(t)-K_2X(t)=-(K_1+K_2)X(t)$$

Άρα το συσσωμάτωμα εκτελεί Α.Α.Τ. με $D=K_1+K_2=2K=100N/m$ όπου $X(t)$ η απομάκρυνση του συσσωματώματος από τη θέση ισορροπίας την τυχαία αυτή χρονική στιγμή.

$$\left.\begin{array}{l}D=(m_1+m_2)\Omega^2\\ D=100N/m\end{array}\right\}\cancel{100}=\cancel{2}\cdot\cancel{2}\Omega^2\Rightarrow\Omega=5rad/s$$

Η ταχύτητα V αποτελεί τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του συσσωματώματος (θέση ΙΙ)
άρα ισχύει:

$$V=V_{MAX}=\Omega\cdot A\Rightarrow 1=5\cdot A\Rightarrow A=0{,}2m$$

Γ3. Για να αντιληφθεί ο παρατηρητής που βρίσκεται πάνω στο συσσωμάτωμα συχνότητα ίση με αυτή που παράγει η πηγή θα πρέπει η ταχύτητα του συσσωματώματος να μηδενιστεί. Αυτό συμβαίνει στην ακραία θέση (θέση ΙΙΙ). Επομένως, το ελάχιστο χρονικό διάστημα είναι αυτό που χρειάζεται το συσσωμάτωμα να μεταβεί από τη θέση ισορροπίας που βρισκόταν αρχικά αμέσως μετά την κρούση (θέση ΙΙ) στην ακραία θετική θέση (θέση ΙΙΙ). Το ζητούμενο χρονικό διάστημα είναι ίσο με:

$$\Delta t=\frac{T}{4}=\frac{\frac{2\pi}{\Omega}}{\frac{4}{1}}=\frac{\cancel{2}\pi}{\cancel{4}\Omega}=\frac{\pi}{2\cdot 5}=\frac{\pi}{10}\Rightarrow\Delta t=\pi/10s$$

Γ4.

$$P(t)=Mu(t)$$

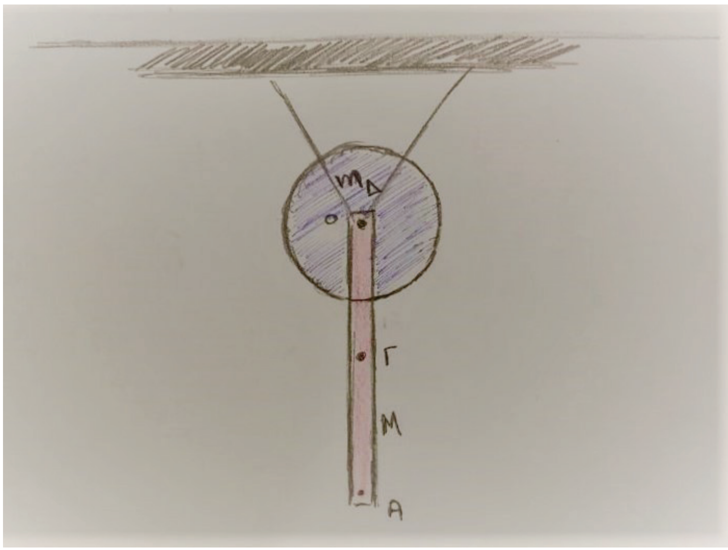
$$\frac{dP(t)}{dt}=M\frac{du(t)}{dt}=M\cdot\alpha(t)$$

$$\left.\frac{dP(t)}{d(t)}\right|_{MAX}=M\left(-\Omega^2\cdot A\right)=-(m_1+m_2)\Omega^2A=-4\cdot 25\cdot 0{,}2=-\cancel{100}\cdot\cancel{0{,}2}=-20$$

$$\text{άρα }\left|\left.\frac{dP(t)}{dt}\right|_{MAX}\right|=20\,{}^{kg\cdot m/s}\!/_{s}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Όπως βλέπουμε από το παραπάνω σχήμα, ο άξονας περιστροφής που διέρχεται από το Ο τέμνει κάθετα τον δίσκο και τη ράβδο. Επομένως, θα ισχύει ότι:

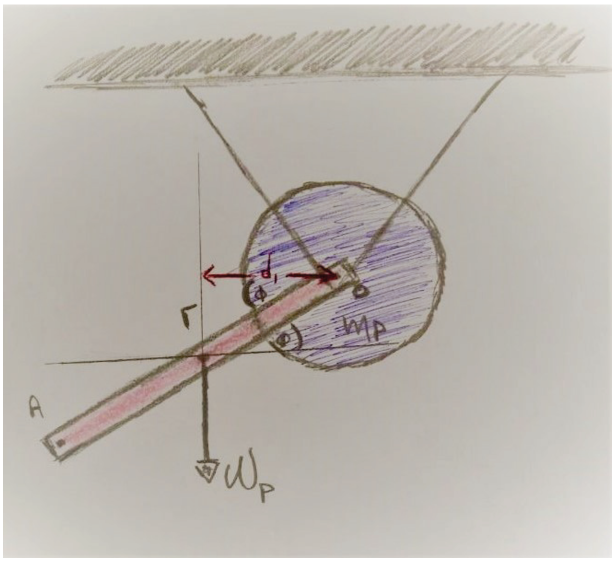
$$I_{\Sigma\Upsilon\Sigma_{(O)}} = I_{P_{(O)}} + I_{\Delta_{(O)}} = \left(\frac{1}{12}Ml^2 + M\left(\frac{l}{2}\right)^2\right) + \frac{1}{2}m_\Delta {R_\Delta}^2 =$$

$$\frac{1}{3}(2m_\Delta)l^2 + \frac{1}{2}m_\Delta {R_\Delta}^2 = \frac{2}{\cancel{3}}\cdot 4\cdot \cancel{9} + \frac{1}{\cancel{2}}\cancel{4}\frac{\cancel{2}}{\cancel{4}} = 24 + 1 = 25$$

$$\Rightarrow I_{\Sigma\Upsilon\Sigma} = 25\text{kgm}^2$$

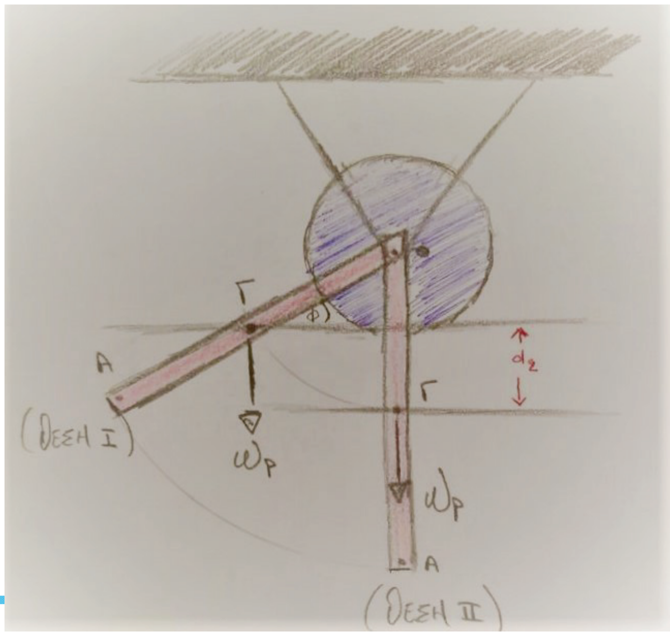
Δ2. $\frac{dl}{dt} = \frac{d}{dt}(I\cdot\omega) = I\cdot\alpha = \Sigma\tau \Rightarrow \left|\frac{dL}{dt}\right| = |\Sigma\tau|$

Άρα θέλουμε με απλά λόγια να υπολογίσουμε το άθροισμα όλων των ροπών του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής (σημείο Ο) τη χρονική στιγμή που μόλις κόπηκε το νήμα.



$$\Sigma\tau_{(0)} = W_P \cdot d_1 = Mg\frac{l}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi = 8 \cdot \cancel{10}\,\frac{3}{\cancel{2}}\,\cancel{0,6}^{3} = 72 \;\Rightarrow \Sigma\tau_{(0)} = 72\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}$$

Δ3.



Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. $\mathrm{I} \rightarrow \mathrm{II}$

$$K_{II} - \cancel{K_I}^{0} = W_{w_P}$$

$$K_{II} = M \cdot g \cdot d_2 = M \cdot g\frac{l}{2}\left(1 - \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)\right) = M \cdot g\frac{l}{2}\left(1 - \eta\mu(\varphi)\right) = 8 \cdot 10 \cdot \frac{3}{2} \cdot (1 - 0,8)$$

$$\Rightarrow K_{II} = 24\mathrm{J}$$

Δ4. $\Sigma F = m \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow W_x - T_\nu - T_\sigma = m\alpha_{cm}$

$mg\eta\mu\varphi - T_\nu - T_\sigma = m \cdot \alpha_{cm}$ (1)

$$\Sigma\tau = I_{\alpha\gamma} \Rightarrow (-T_\nu + T_\sigma)\cancel{R} = \frac{1}{2}mR^{\cancel{2}}\alpha_\gamma \Rightarrow -T_\nu + T_\sigma = \frac{1}{2}m \cdot \alpha_{cm}\,(2)$$

$$\Sigma\tau = I_{\alpha\gamma} \Rightarrow T_\nu{}' \cdot R = 1,95 \cdot \alpha_\gamma \Rightarrow T_\nu{}' = \frac{1,95}{R}$$

$$\alpha_{\Xi} = \alpha_z \Rightarrow \alpha_\gamma \cdot R = \alpha_z \Rightarrow \alpha_\gamma R = 2_{cm} \Rightarrow \alpha_\gamma = \frac{2\alpha_{cm}}{R}$$

$$T_\nu{}' = \frac{1,95 \cdot 2\alpha_{cm}}{R^2}$$

$$(1-2)mg\eta\mu\varphi - 2T_\nu = m \cdot \alpha_{cm} + \frac{m\alpha_{cm}}{2}$$

$$mg\eta\mu\varphi - \frac{2 \cdot 1{,}95 \cdot 2\alpha_{cm}}{0{,}2^2} = \frac{3m\alpha_{cm}}{2} \Rightarrow \Bbbk$$

$$mg\eta\mu\varphi = \frac{\cancel{2} \cdot 1{,}95 \cdot \cancel{2}\partial m}{\cancel{0{,}2} \cdot \cancel{0{,}2}} + \frac{3m\alpha_{cm}}{2} \Rightarrow$$

$$300 \cdot 0{,}8 = 195\alpha_{cm} + 45\alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$24\cancel{0} = 24\cancel{0}\alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{24}{24} = \frac{8}{8} = 1m/s^2$$

$$s = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2 \Rightarrow 4 = 1t^2 \Rightarrow t = 2\,sec$$

$$u_{cm} = \alpha_{cm}t = 1 \cdot 2 = 2m/s$$