ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ & ΕΠΑΛ (Β΄)

ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (10/06/2014)

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ

Α2. β

Α3. γ ή β

Α4. β

Α5. (α) Σ (β) Σ (γ) Λ (δ) Λ (ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή απάντηση είναι η (iii)

Αιτιολόγηση:

$$A_1=d: \quad v_{max_1} = v_1 = \omega_1 A_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}}A_1 = \sqrt{\frac{k}{m}}A_1 \quad (1)$$

$$\text{Α.Δ.Ο.} \quad mv_1 = (m_1 + m_2)V \Rightarrow \cancel{m}v_1 = 2\cancel{m}V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_1 = 2V \Rightarrow V = \frac{v_1}{2} \quad (2)$$

$$V = V_{max_2} = \omega_2 A_2 = \sqrt{\frac{2k}{2m}}A_2 = \sqrt{\frac{k}{m}}A_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = \omega_1 A_2 \quad (3) \text{ Επομένως}$$

$$(2) \overset{(1)(3)}{\Rightarrow} \omega_1 A_2 = \frac{\omega_1 A_1}{2} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = 2$$

Β2. Σωστή απάντηση είναι η (ii)

Αιτιολόγηση:

$$N = \frac{T_\Delta}{T_{\tau\alpha\lambda}} = \frac{\frac{1}{f_\Delta}}{\frac{1}{f_{\tau\alpha\lambda}}} = \frac{f_{\tau\alpha\lambda}}{f_\Delta} = \frac{\frac{f_1+f_2}{2}}{|f_1-f_2|} \Rightarrow f_1 + f_2 = N \cdot 2|f_1 - f_2| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_1 + f_2 = 2 \cdot N \cdot f_\Delta \Rightarrow f_1 + f_2 = 2 \cdot N \cdot \frac{1}{T_\Delta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_1 + f_2 = 2 \cdot 200 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow f_1 + f_2 = 200\text{Hz} \quad (1)$$

$$\text{όμως } f_1 - f_2 = 0{,}5\text{Hz} \ (2)$$

$$(1)+(2) \Rightarrow 2f_1 = 200{,}5 \Rightarrow f_1 = 100{,}25\text{Hz}$$

$$(1) \Rightarrow f_2 = 200 - 100{,}25 \Rightarrow f_2 = 99{,}75\text{Hz}$$

Β3. Σωστή απάντηση είναι η (iii)

Αιτιολόγηση:

Σύμφωνα με την εκφώνηση έχουμε ελαστική κρούση της σφαίρας (1) με την σφαίρα (2). Για την ταχύτητα της σφαίρας (1) μετά την κρούση θα έχουμε:

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} V_1$$

Ενώ για την σφαίρα (2) θα έχουμε:

$$v'_2 = \frac{2m_1 V_1}{m_1 + m_2}$$

Η δεύτερη σφαίρα (σώμα μικρής μάζας) συγκρούεται ελαστικά με τον τοίχο (σώμα πάρα πολύ μεγάλης μάζας) και επιστρέφει με ταχύτητα v'_2 που ισχύει

$$\left.\begin{array}{l} V_2'' = -V_2' \\ V_1' = V_2'' \end{array}\right\} \Rightarrow V_1' = -V_2'$$

Και αν συνδυάσουμε όλα τα προηγούμενα θα έχουμε:

$$\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} V_1 = -\frac{2m_1 V_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow (m_1 - m_2)\cancel{V_1} = -2m_1 \cancel{V_1} \Rightarrow m_1 - m_2 = -2m_1 \Rightarrow 3m_1 = m_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Το κύμα από την πηγή $Π_2$ φτάνει πρώτο στο σημείο Σ την χρονική στιγμή $t_2 = 0,2\,sec$ σύμφωνα με το διάγραμμα. Επομένως:

$$r_2 = V \cdot t_2 = 5 \cdot 0,2 \Rightarrow r_2 = 1m$$

Το κύμα από την πηγή $Π_1$ φτάνει στο σημείο Σ τη χρονική στιγμή $t_1 = 1,4\,sec$ (οπότε μετά έχουμε συμβολή στο σημείο Σ) Επομένως:

$$r_1 = V \cdot t_1 = 5 \cdot 1,4m \Rightarrow r_1 = 7m$$

Γ2. Το κύμα έχει περίοδο $T = \frac{1,4 - 0,2}{3} = 0,4\,sec$ και $\omega = \frac{2\pi}{T} = 5\pi \frac{rad}{sec.}$ ενώ η συχνότητα θα είναι $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,4} = 2,5Hz$. Τέλος το μήκος κύματος εύκολα μπορεί να προσδιοριστεί από την σχέση

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{5}{2,5} \Rightarrow \lambda = 2m$$

Αναγνωρίζουμε τις τρεις περιοχές στο διάγραμμα απομάκρυνσης χρόνου και θα γράψουμε τις αντίστοιχες εξισώσεις:

- Για $t < 0,2\,s$, $y = 0$ γιατί δεν έχει φτάσει κανένα κύμα ακόμη

- Για $0,2 \le t < 1,4\,sec$ έχει φτάσει στο σημείο Σ μόνο το κύμα από την πηγή $Π_2$. Επομένως η εξίσωση που περιγράφει την κίνηση γίνεται

$$y = Aημ2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda}\right) = 5 \cdot 10^{-3} ημ2\pi\left(2,5t - \frac{1}{2}\right) \Rightarrow y = 5 \cdot 10^{-3} ημ(5\pi t - \pi)$$

- Για $t \ge 1,4\,sec$ τα κύματα συμβάλλουν στο σημείο Σ ενισχυτικά. Επομένως

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 2\cdot 5\cdot 10^{-3}\sigma\upsilon\nu \cancel{2}\pi \frac{7-1}{\cancel{2}\cdot 2}\eta\mu 2\pi\left(2{,}5t - \frac{7+1}{2\cdot 2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 10\cdot 10^{-3}\sigma\upsilon\nu 3\pi\cdot\eta\mu 2\pi\left(2{,}5t - 2\right)\ (SI)$$

Γ3. Η τιμή $y_1 = 5\sqrt{3}\cdot 10^{-3}m$ που μας δίνει το πρόβλημα σημαίνει ότι έχουν συμβάλλει και τα δύο κύματα και άρα το πλάτος με το οποίο θα εργαστούμε είναι το πλάτος της συμβολής ($A=10^{-2}$), οπότε θα έχουμε από την ΑΔΕΤ:

$$E_\tau = K + V \Rightarrow$$

$$\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}DA^2 = \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}Dy_1^{\,2} + \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}mV^2 \Rightarrow \cancel{m}\omega^2A^2 = \cancel{m}\omega^2y_1^{\,2} + \cancel{m}V^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V^2 = \omega^2\left(A^2 - y_1^{\,2}\right)$$

$$\Rightarrow V = \omega\sqrt{A^2 - y_1^{\,2}} = 5\pi\sqrt{10^{-4} - 75\cdot 10^{-6}}\ m/s = 5\pi\sqrt{100\cdot 10^{-6} - 75\cdot 10^{-6}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = 5\pi\cdot\sqrt{25\cdot 10^{-6}}\ m/s \Rightarrow V = 5\pi\cdot 5\cdot 10^{-3}\ m/s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = \frac{25\pi}{1000}m/s \Rightarrow V = \frac{\pi}{40}m/s$$

Γ4.

Η μέγιστη κινητική ενέργεια του σημείου αυτού θα ισούται με την μέγιστη δυναμική ενέργεια για το συγκεκριμένο σημείο που κάνει ταλάντωση. Έτσι ο λόγο θα είναι ίσος με:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}D_1A_1^{\,2}}{\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}D_2A_2^{\,2}} = \frac{\cancel{m}\omega_1^{\,2}A_1^{\,2}}{\cancel{m}\omega_2^{\,2}A_2^{\,2}} = \frac{\cancel{4\pi^2}f_1^{\,2}A_1^{\,2}}{\cancel{4\pi^2}f_1^{\,2}A_2^{\,2}} \quad (1)$$

Αφού όμως έχουμε αλλάξει το μήκος κύματος τότε το σημείο αυτό δεν είναι σημείο το οποίο ταλαντώνεται με μέγιστο αλλά έχει διαφορετικό πλάτος:

$$A_2 = 2A\sigma\upsilon\nu\left|\frac{2\pi\left(r_1 - r_2\right)}{2\lambda_2}\right| \quad (2)$$

$$V = \lambda_1\cdot f_1 = \lambda_2\cdot f_2 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1 f_1}{f_2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{9}{10}\lambda_1 \quad (3)$$

$$\Rightarrow \lambda_2 = 1{,}8m \quad (4)$$

$$A'_\Sigma = 2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{r_1 - r_2}{2\lambda'}\right| = 10^{-2}\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{6}{3{,}6}\right| =$$

$$= 10^{-2}\left|\sigma\upsilon\nu\frac{10\pi}{3}\right| = \frac{1}{2}\cdot 10^{-2}m = \frac{A_2}{2} \quad (4)$$

$$(1)\overset{(4)}{\Rightarrow}\frac{K_1}{K_2} = \left(\frac{f_1A_1}{f_2A_2}\right)^2 = \frac{81}{25} \Rightarrow 3{,}24$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

$$\left.\begin{aligned}\sum F_x = 0 \Rightarrow F_x = T \Rightarrow F\eta\mu\varphi = T\\ \sum F_y = 0 \Rightarrow F_y = M_g \Rightarrow F\sigma\upsilon\nu\varphi = Mg\end{aligned}\right\}$$

$$\frac{F\eta\mu\varphi}{F\sigma\upsilon\nu\varphi} = \frac{T}{Mg} \Rightarrow T = Mg\varepsilon\varphi\varphi \Rightarrow T = \frac{3}{4}Mg$$

Επομένως $\left.\begin{aligned}F_x = \frac{3}{4}Mg\\ F_y = Mg\end{aligned}\right\} F = \sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2}} = \sqrt{\frac{9}{16}M^2g^2 + \frac{16}{16}M^2g^2} = \sqrt{\frac{25}{16}M^2g^2} \Rightarrow F = \frac{5}{4}Mg \Rightarrow F = 70N$

$$\varepsilon\varphi\varphi' = \frac{F_x}{F_y} = \frac{\frac{3}{4}\cancel{Mg}}{\cancel{Mg}} = \frac{3}{4} = \varepsilon\varphi\varphi \Rightarrow \varphi' = \varphi$$

Δ2.

- $\sum F = ma_{cm} \Rightarrow T_{\sigma\tau\alpha\tau} - mg\sigma\upsilon\nu\varphi = -ma_{cm} \Rightarrow T_{\sigma\tau\alpha\tau} - mg\sigma\upsilon\nu\varphi = +ma_{cm}$ (1)
  $-T_{\sigma\tau\alpha\tau}\cdot r = I\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow -T_{\sigma\tau\alpha\tau} = I\alpha_{\gamma\omega\nu}$
- $-T\cdot r = \frac{2}{5}mr^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow -T\cancel{r} = \frac{2}{5}m r^{\cancel{2}}\frac{a_{cm}}{\cancel{r}} \Rightarrow$

$\Rightarrow -T = \frac{2}{5}ma_{cm}$ (2)

$(1)+(2) \Rightarrow -mg\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{7}{5}ma_{cm} \Rightarrow a_{cm} = -\frac{5}{7}g\sigma\upsilon\nu\varphi$

Όμως $a_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu}r \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{a_{cm}}{r} = \frac{-\frac{5}{7}g\sigma\upsilon\nu\varphi}{\frac{1}{70}} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = -400\frac{r}{s^2}$

Δ3.

Οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο είναι η τάση του νήματος, το βάρος της, η δύναμη από την επαφή της σφαίρας και η δύναμη από την άρθρωση. Αν πάρουμε την συνισταμένη ροπή ως προς το σημείο Α, θα έχουμε:

$$\sum \tau_A = 0 \Rightarrow \tau_T - \tau_w - \tau_N = 0 \Rightarrow T\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi - Mg\frac{\ell}{2}\eta\mu\varphi = N\left(\frac{\ell}{2}+x\right) \Rightarrow$$

$$T = \frac{Mg\frac{\ell}{2}\eta\mu\varphi + mg\left(\frac{\ell}{2}+x\right)\eta\mu\varphi}{\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi} \Rightarrow T = \frac{56\cdot 1\cdot 0,6 + 4\cdot 0,6(1+x)}{1\cdot 0,8} \Rightarrow T = 45 + 3x$$

Δ4.

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας δίνεται από την σχέση:

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = \sum \tau\cdot\omega = Mg\frac{\ell}{2}\eta\mu\varphi\cdot\omega$$

Θα βρούμε την γωνιακή ταχύτητα με την βοήθεια του ΘΜΚΕ:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\Sigma F} \Rightarrow \frac{1}{2}I\omega^2 = Mgh = Mg2\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi = Mg\ell\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\frac{1}{3}M\ell^2\omega^2 = Mg\ell\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow \omega^2 = \frac{6g\sigma\upsilon\nu\varphi}{\ell} = 24 \Rightarrow \omega = \sqrt{24}rad/sec$$

Άρα έχουμε τελικά $\frac{\Delta K}{\Delta t} = Mg\frac{\ell}{2}\eta\mu\varphi\cdot\omega \Rightarrow \frac{\Delta K}{\Delta t} = 33,6\sqrt{24} = 67,2\sqrt{6}J/s$

Δ5.

Από τα δεδομένα προκύπτει ότι η ροπή αδράνειας της δεύτερης ράβδου είναι $I' = \frac{1}{3}3M\ell^2 \Rightarrow I' = 3I$

Από την Αρχή Διατήρησης Στροφορμής, κατά την διάρκεια της κρούσης θα έχουμε:

$$L_{\pi\rho\iota\nu} = L_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow I\omega = I_{o\lambda}\omega' \Rightarrow I\omega = (I + I')\omega' = 4I\omega' \Rightarrow \omega' = \frac{\omega}{4}.$$

$$\frac{\Delta K}{K_{\alpha\rho\chi}} = \frac{\frac{1}{2}I\omega^2 - \frac{1}{2}4I\omega'^2}{\frac{1}{2}I\omega^2} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 75\%$$