ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ & ΕΠΑΛ (Β΄)

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ *(30/05/2014)*

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. σχολ.σελ.30

Α2. σχολ.σελ.13

Α3. σχολ.σελ.59

Α4. i) Σ ii) Λ iii) Λ iv) Λ v) Σ

ΘΕΜΑ Β

$\nu_1=12$, $\nu_2=8$, $\nu_3=14$, $\nu_4=6$

Β1. $\nu = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \nu_4 = 12+8+14+6 = 40$

Β2. $f_1 = \frac{\nu_1}{\nu} = \frac{12}{40} = 0,3 \qquad f_2 = \frac{\nu_2}{\nu} = \frac{8}{40} = 0,2$

$f_3 = \frac{\nu_3}{\nu} = \frac{14}{40} = 0,35 \qquad f_4 = \frac{\nu_4}{\nu} = \frac{6}{40} = 0,15$

κλάσεις	x_i	ν_i	f_i
[2-4)	3	12	0,3
[4-6)	5	8	0,2
[6-8)	7	14	0,35
[8-10)	9	6	0,15
Σύνολο		40	1

Β3. **α)** $\bar{x} = \frac{1}{4}\left(x_1\nu_1 + x_2\nu_2 + x_3\nu_3 + x_4\nu_4\right) = \frac{1}{4}(3\cdot 12 + 5\cdot 8 + 7\cdot 14 + 9\cdot 6) = 5,7$ χιλιάδες ευρώ

β) Εφόσον οι παρατηρήσεις σε κάθε κλάση είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες, το ζητούμενο πλήθος είναι: $\frac{3}{4}\nu_2 + \nu_3 + \nu_4 = \frac{3}{4}\cdot 8 + 14 + 6 = 26$ πωλητές

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $f(x) = 4x^3 - \frac{7}{2}x^2 + x - 1$, $f'(x) = 12x^2 - 7x + 1$

x	$-\infty$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$		↗		↘		↗	
			Τ.Μ.		Τ.Ε.		

Άρα $P(K)=\frac{1}{4}$ και $P(A)=\frac{1}{3}$

$P(K)+P(A)+P(\Pi)=1 \Leftrightarrow P(\Pi)=1-\frac{1}{4}-\frac{1}{3}=\frac{5}{12}$

Γ2. $P(\Gamma)=P(K\cup A)=P(K)+P(A)=\frac{1}{4}+\frac{1}{3}=\frac{7}{12}$

$P(\Delta)=P\left[(K\cup A)'\right]=1-P(K\cup A)=1-\frac{7}{12}=\frac{5}{12}$ ή $P(\Delta)=P(\Pi)=\frac{5}{12}$

$P(E)=P(K\cup A)=P(\Gamma)=\frac{7}{12}$

ή $P(E)=P(A\cup\Pi')=P(A)+P(\Pi')-P(A\cap\Pi')=P(A)+1-P(\Pi)-\left[P(A)-P(A\cap\Pi)\right]=$

$=P(A)+1-P(\Pi)-P(A)=\frac{7}{12}$

Γ3. $N(A)=N(\Pi)-4 \Leftrightarrow \frac{N(A)}{N(\Omega)}=\frac{N(\Pi)}{N(\Omega)}-\frac{4}{N(\Omega)} \Leftrightarrow P(A)=P(\Pi)-\frac{4}{N(\Omega)} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3}=\frac{5}{12}-\frac{4}{N(\Omega)} \Leftrightarrow \frac{4}{N(\Omega)}=\frac{1}{12} \Leftrightarrow N(\Omega)=48$ μπάλες

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Έστω y το μήκος της άλλης πλευράς του ορθογωνίου της βάσης. Τότε

$\Pi = 2x + 2y \Leftrightarrow 20 = 2x + 2y \Leftrightarrow x + y = 10 \Leftrightarrow y = 10 - x \quad (1)$

Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο του σχήματος αποτελείται από ένα ορθογώνιο διαστάσεων x,y (βάση), δύό ορθογώνια διαστάσεων 5,x και δύό ορθογώνια διαστάσεων 5,y άρα η συνολική του επιφάνεια είναι:

$E(x) = E_{Βάσης} + E_{παρ.επ.} = x\cdot y + 2\cdot x\cdot 5 + 2\cdot y\cdot 5 \overset{(1)}{=} x(10 - x) + 10x + 10(10 - x) = -x^2 + 10x + 100,\ x \in (0,10)$

Έχουμε: $E'(x) = -2x + 10$ και $E'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5$

$E'(x)>0 \Leftrightarrow -2x + 10>0 \Leftrightarrow x<5$

$E'(x)<0 \Leftrightarrow -2x + 10<0 \Leftrightarrow x>5$

δηλαδή η συνάρτηση έχει μέγιστο για x=5

Άρα το κουτί έχει μέγιστη επιφάνεια για x=5dm.

x	0	5	10
$E'(x)$	+	0	−
$E(x)$	↗		↘

Δ2. α) $2s^2 - 5s + 2 = 0 \Leftrightarrow s=2$ ή $s=\frac{1}{2}$

Το δείγμα δεν είναι ομοιογενές, άρα ισχύει CV>10% $\Leftrightarrow \frac{s}{\bar{x}}>\frac{1}{10} \Leftrightarrow \frac{s}{8}>\frac{1}{10} \Leftrightarrow s>\frac{4}{5}$

Άρα δεκτή η s=2

β) $s^2 = \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{\nu} t_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{\nu} t_i\right)^2}{\nu^2} = \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{\nu} t_i^2 - \overline{x}^2 = \Leftrightarrow 4 = \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{\nu} t_i^2 - 64 \Leftrightarrow \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{\nu} t_i^2 = 68$

Δ3. Είναι $A_i(x_i,y_i)$ όπου $y_i=E(x_i)=-x_i^2+10x_i+100$ άρα $A_i(x_i,-x_i^2+10x_i+100)$, $i=1,\dots,15$

Για $x \in [5,10]$ η f είναι γνησίως φθίνουσα και $5=x_1<x_2<...<x_{15}=9$ οπότε $E(5)>E(9)$

άρα το εύρος των παρατηρήσεων είναι:

$$R = E(5) - E(9) = -5^2+10\cdot 5+100 - (-9^2 + 10\cdot 9 + 100) = 16$$

Επομένως, $y_i > -4x_i + 9R + 1 \Leftrightarrow -x_i^2+10x_i+100 > -4x_i + 9\cdot 16 + 1 \Leftrightarrow x_i^2 - 14x_i + 45 < 0$

που ισχύει για $x_i \in (5,9)$ δηλαδή για τα x_2, x_3, …, x_{14}

Άρα $B = \{A_2(x_2,y_2), \dots , A_{14}(x_{14},y_{14})\}$ με $P(B)= \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{13}{15}$