ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑ.Λ. (ΟΜΑΔΑ Α)

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι (24/05/2011)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Εύρος είναι η διαφορά της μικρότερης τιμής από τη μεγαλύτερη. (σελ. 84 – σχολικό βιβλίο)

Α2. α) Σ β) Σ γ) Λ δ) Λ ε) Σ

Α3. α) $(\ln x)' = \frac{1}{x}$, με x>0

β) $(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$

γ) Αν f συνεχής στο R με $\alpha \in R$, τότε $\int_{\alpha}^{\alpha} f(x)dx = 0$

ΘΕΜΑ Β

Β1. $\lim\limits_{x\to 4^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 4^-}\frac{x^2-7x+12}{x-4} = \lim\limits_{x\to 4^-}\frac{(x-3)(x-4)}{(x-4)} = \lim\limits_{x\to 4^-}(x-3) = 4-3 = 1$

Β2. $\lim\limits_{x\to 4^+}\left(\frac{x-4}{\sqrt{x}-2}-3\right) = \lim\limits_{x\to 4^+}\left[\frac{(x-4)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}-3\right] = \left[\lim\limits_{x\to 4^+}\frac{(x-4)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}\right)^2-2^2}-3\right] =$

$= \lim\limits_{x\to 4^+}\left[\frac{(x-4)\left(\sqrt{x}+2\right)}{x-4}-3\right] = \lim\limits_{x\to 4^+}\left[\left(\sqrt{x}+2\right)-3\right] = \sqrt{4}+2-3 = 2+2-3 = 1$

Β3. Από τα προηγούμενα ερωτήματα (Β1, Β2) συμπεραίνουμε ότι υπάρχει το όριο $\lim\limits_{x\to 4} f(x)$ και ισούται με 1 ,εφόσον τα πλευρικά όρια είναι ίσα. Άρα για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 4$, πρέπει να ισχύει: $\lim\limits_{x\to 4} f(x) = f(4)$. Έχουμε:

- $\lim\limits_{x\to 4} f(x) = 1$
- f(4) = α

Άρα για α = 1 η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $x_0 = 4$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Ηλικίες	K_i	v_i	$K_i \cdot v_i$	N_i	$f_i\%$
[25,35)	30	7	210	7	17,5
[35,45)	40	12	480	19	30
[45,55)	50	15	750	34	37,5
[55,65)	60	6	360	40	15
Σύνολα		40	1800		100

Γ2. Η μέση τιμή είναι: $\bar{x} = \frac{1800}{40} = 45$

Γ3. Το πλήθος των εργαζομένων που έχουν ηλικία τουλάχιστον 45 είναι:

$v_3+v_4 = 15+6 = 21$ εργαζόμενοι

Γ4. Το ποσοστό των εργαζομένων που έχουν ηλικία κάτω των 35 είναι:

$f_1\% = 17,5\%$ των εργαζομένων

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $f'(x)=3x^2 - 12x + 9$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow x=1$ ή $x=3$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$		↗		↘		↗	
			τ.μ.		τ.ε.		

Η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty, 1]$ και $[2, +\infty)$ και είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα [1,2].

Δ2. Από τον πίνακα του προηγούμενου ερωτήματος προκύπτει ότι η συνάρτηση f έχει τοπικό μέγιστο στο σημείο $x_1=1$ με τιμή $f(1)=5$ και έχει τοπικό ελάχιστο στο σημείο $x_2=3$ με τιμή $f(3)=1$

Δ3. $\int_1^3 f'(x)dx = [f(x)]_1^3 = f(3)-f(1)=1-5=-4$

Δ4. Είναι $g(x)=f'(x)=3x^2-12x+9$

Το ζητούμενο εμβαδό είναι: $E = \int_0^3 |g(x)|\,dx = \int_0^3 |f'(x)|\,dx$

Όμως, από τον πίνακα στο ερώτημα Δ2 βλέπουμε ότι $f'(x)>0$ για $x \in [0,1]$ και $f'(x)<0$ για $x \in [1,3]$, άρα το εμβαδό είναι:

$$E = \int_0^1 f'(x)dx - \int_1^3 f'(x)dx = [f(x)]_0^1 - [f(x)]_1^3 = [f(1)-f(0)] - [f(3)-f(1)] = (1-1) - (1-5) = 4 \text{ τ.μ.}$$