ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΘΕΤΙΚΗ-ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ

ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (20/05/2011)

ΘΕΜΑ Α

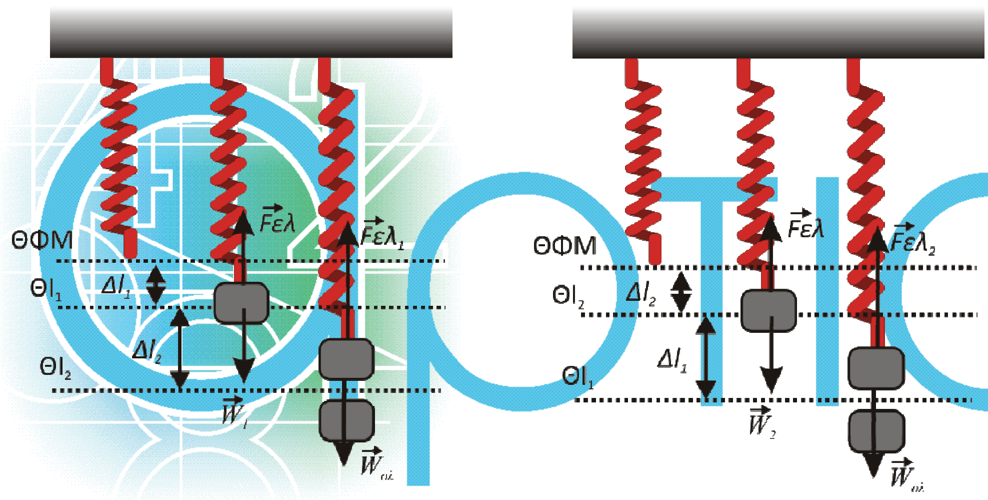
Α1. Γ **Α2.** Β **Α3.** Γ **Α4.** Γ

Α5. Α. Σ Β. Λ Γ. Σ Δ. Λ Ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1.

Για τις θέσεις ισορροπίας των δυο ελατηρίων θα έχουμε σύμφωνα με τα σχήματα:



Έτσι για το πρώτο σύστημα θα είναι:

Στη θέση ισορροπίας 1: $\Sigma F = 0 \Rightarrow W_1 = F_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1 g = K\Delta\ell_1$ ενώ στη θέση ισορροπίας 2 θα είναι $\Sigma F = 0 \Rightarrow W_{o\lambda} = F_{\varepsilon\lambda 1} \Rightarrow m_1 g + m_2 g = K\Delta\ell_1 + K\Delta\ell_2 \Rightarrow \Delta\ell_2 = \dfrac{m_2 g}{K}$ και βέβαια αφού σε αυτή την θέση το σώμα είναι ακίνητο θα είναι και θέση πλάτους.

Με την ίδια λογική για το δεύτερο σύστημα θα είναι:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow W_2 = F_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_2 g = K\Delta\ell_2 \text{ και}$$

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow W_{o\lambda} = F_{\varepsilon\lambda 2} \Rightarrow m_1 g + m_2 g = K\Delta\ell_1 + K\Delta\ell_2 \Rightarrow \Delta\ell_1 = \frac{m_1 g}{K}.$$

Έτσι για τις ενέργειες ταλάντωσης θα έχουμε

$$\frac{E_1}{E_2}=\frac{\frac{1}{2}KA_1^2}{\frac{1}{2}KA_2^2}=\frac{\frac{1}{2}K\Delta\ell_2^2}{\frac{1}{2}K\Delta\ell_1^2}=\frac{\Delta\ell_2^2}{\Delta\ell_1^2}=\frac{\left(\frac{m_2 g}{K}\right)^2}{\left(\frac{m_1 g}{K}\right)^2}\Rightarrow\frac{E_1}{E_2}=\frac{m_2^2}{m_1^2}$$

Δηλαδή σωστή απάντηση είναι η β

B2.

Θα είναι $f_\delta=|f-f_1|$ και $f_\delta=|f-f_2|$ και αφού τα πρώτα μέλη είναι ίσα θα είναι και τα δεύτερα, οπότε

$$|f-f_2|=|f-f_1|\Rightarrow\left\{\begin{array}{l} f-f_2=f-f_1\Rightarrow f_2=f_1 \ \ \alpha\pi o\rho\rho\acute{\iota}\pi\tau\varepsilon\tau\alpha\iota \\ f-f_2=-f+f_1\Rightarrow 2f=f_1+f_2\Rightarrow f=\dfrac{f_1+f_2}{2}\end{array}\right\}$$ **δηλαδή σωστή απάντηση είναι η Α.**

B3.

Κατά την πλαστική κρούση των σωμάτων ισχύει η ΑΔΟ:

$$(m_1+m_2)u=(m_2+4m_1)\frac{u}{3}\Rightarrow m_1u+m_2u=m_2\frac{u}{3}+4m_1\frac{u}{3}\Rightarrow m_1\left(u-\frac{4u}{3}\right)=m_2\left(\frac{u}{3}-u\right)\Rightarrow\frac{m_1}{m_2}=2$$

Άρα σωστή απάντηση είναι η Α

ΘΕΜΑ Γ

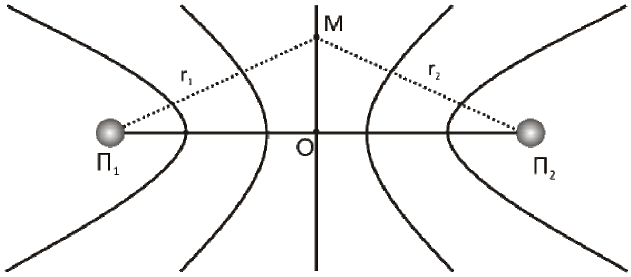
Θα προσπαθήσουμε αρχικά να βρούμε τα βασικά μεγέθη του κύματος. Γνωρίζουμε ότι η γενική μορφή της εξίσωσης της συμβολής είναι :

$$y=2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{r_2-r_1}{2\lambda}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1+r_2}{2\lambda}\right)$$

Με την σύγκριση με την δεδομένη σχέση από το πρόβλημα και με βάση το γεγονός ότι το σημείο Μ ανήκει στη μεσοκάθετο δηλαδή $r_1=r_2$ θα έχουμε: 2Α=0,2 άρα Α=0,1m. Και

$$2\pi\frac{t}{T}=10\pi t\Rightarrow\boxed{T=0,2\sec}\Rightarrow f=\frac{1}{T}\Rightarrow\boxed{f=5Hz}\Rightarrow\omega=2\pi f\Rightarrow\boxed{\omega=10\pi\frac{rad}{\sec}}$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής: $u=\lambda f\Rightarrow\lambda=\dfrac{u}{f}\Rightarrow\boxed{\lambda=0,4m}$.



Γ1.

Πάλι από τη σύγκριση θα είναι $\frac{r_1+r_2}{2\lambda}=10 \Rightarrow \frac{r_1+r_1}{\lambda}=20 \Rightarrow \boxed{r_1=(\mathrm{M}\Pi_1)=4m}$

Γ2.

<u>1^{ος} τρόπος</u>

Το σημείο Μ αρχίζει να ταλαντώνεται λόγω και των δύο κυμάτων την χρονική στιγμή $t_M=\frac{r_1}{u}=\frac{4}{2}=2\sec$. Το σημείο Ο αρχίζει την ταλάντωσή του λόγω και των δύο κυμάτων την $t_O=\frac{d}{2u}=\frac{1}{4}=0,25\sec$. Συνεπώς το σημείο Ο ταλαντώνεται για χρόνο Δt=1,75sec περισσότερο από το Μ. Άρα η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των σημείων μπορεί να βρεθεί από την χρονική διαφορά από την σχέση:

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t=\frac{2\pi}{T}\Delta t=\frac{2\pi}{0,2}1,75 \Rightarrow \boxed{\Delta\varphi=17,5\pi\, rad}$$

<u>2^{ος} τρόπος</u>

Από την στιγμή που τα σημεία ξεκινούν την ταλάντωσή τους δηλαδή για τις χρονικές στιγμές για το Ο $t_O=\frac{d}{2u}=\frac{1}{4}=0,25\sec$ και για το Μ $t_M=\frac{r_1}{u}=\frac{4}{2}=2\sec$ και σε κάθε περίπτωση δηλαδή μετά την t=2sec μπορεί να οριστεί η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων και έτσι θα είναι:

$\varphi_{\mathrm{O}}=2\pi\left(5t-\frac{2(\Pi_1\mathrm{O})}{2\lambda}\right)=2\pi\left(5t-\frac{1}{0,8}\right)=10\pi t-2,5\pi$ ενώ για το σημείο Μ $\varphi_{\mathrm{M}}=2\pi\left(5t-\frac{2r_1}{2\lambda}\right)=2\pi\left(5t-\frac{8}{0,8}\right)=10\pi t-20\pi$. Έτσι για την διαφορά φάσης θα έχουμε: $\varphi_{\mathrm{O}}-\varphi_M=10\pi t-2,5\pi-10\pi t+20\pi \Rightarrow \boxed{\Delta\varphi=17,5\pi\ rad}$.

Γ3. Έστω Ζ το τυχαίο σημείο ενισχυτικής συμβολής πάνω στην ευθεία Π1Π2. Τότε το σημείο αυτό απέχει x1 από την Π1 και x2 από την Π2. Αφού το Μ είναι σημείο ενισχυτικής τότε ισχύει $x_1-x_2=\kappa\lambda$. Και $x_1+x_2=d$. Αν προσθέσουμε κατά μέλη τις δύο αυτές σχέσεις θα έχουμε:

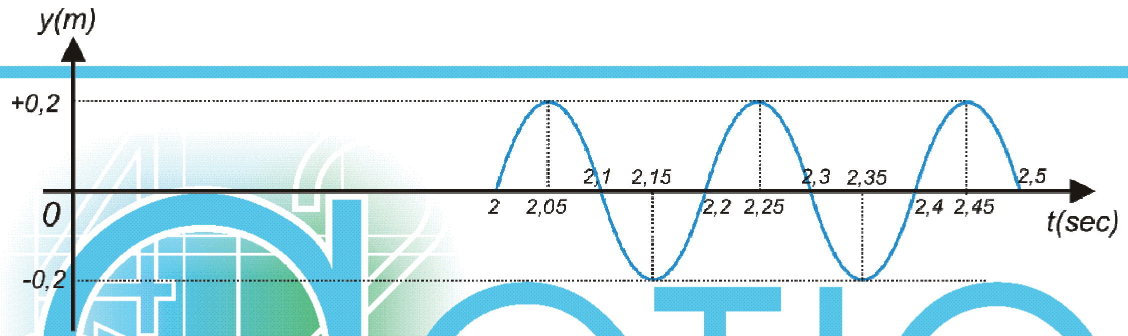
$$0 \le x_1 \le d \Rightarrow 0 \le \kappa\frac{\lambda}{2}+\frac{d}{2} \le d \Rightarrow -\frac{d}{2} \le k\frac{\lambda}{2} \le \frac{d}{2} \Rightarrow -d \le \kappa\lambda \le d \Rightarrow -1 \le \kappa 0,4 \le 1 \Rightarrow$$

$$-\frac{1}{0,4} \le \kappa \le \frac{1}{0,4} \Rightarrow -2,5 \le \kappa \le 2,5 \quad \kappa \in Z$$

Δηλαδή έχω 5 σημεία.

Γ4.

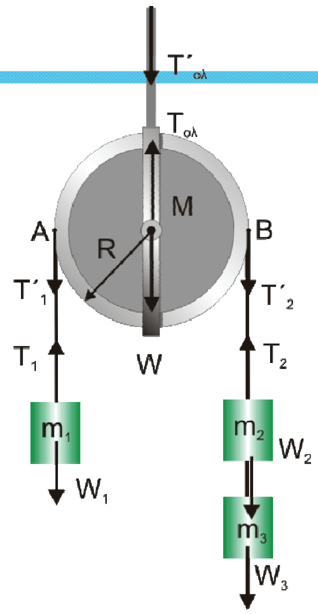
Σύμφωνα με όσα έχουν αναφερθεί προηγουμένως, το κύμα φτάνει στο M την χρονική στιγμή t_M=2sec άρα από τότε αρχίζει να ταλαντώνεται το σημείο. Λαμβάνοντας υπ΄ όψιν ότι από τα 2 μέχρι τα 2,5 sec έχουν περάσει 2,5 περίοδοι δηλαδή έχουν γίνει 2,5 ταλαντώσεις η γραφική θα είναι:



ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

Στο σύστημα τροχαλία - μάζες ασκούνται οι ροπές $W_1 R$ από την μία και $(W_1+W_2)R$ από την άλλη όπως φαίνεται στο σχήμα:



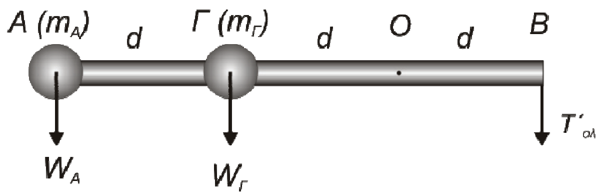
Για τις ροπές αυτές ισχύει: $W_1 R = 20R$ και $(W_2+W_3)=20R$ άρα οι δύο ροπές είναι ίσες κατά μέτρο και όλο το σύστημα θα ισορροπεί. Έτσι θα έχουμε για τα μέτρα των δυνάμεων:

$\Sigma F = 0 \Rightarrow W_1 = T_1$ και $\Sigma F = 0 \Rightarrow W_2 + W_3 = T_2$ και επειδή τα νήματα είναι αβαρή και μη εκτατά θα ισχύει $T_1 = T_1'$, $T_2 = T_2'$. Έτσι θα είναι τελικά $W_1 = T_1' \Rightarrow T_1' = 20N$ και $W_2 + W_3 = T_2' \Rightarrow T_2' = 20N$. Άρα συνολικά για την τροχαλία θα έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow \vec{T_1}'+\vec{T_2}'+\vec{W}+\vec{T_{o\lambda}} = 0 \Rightarrow$$

$T_{o\lambda} = T_1'+T_2'+W = 20+20+40 \Rightarrow \boxed{T_{o\lambda} = 80N}$ και όπως είναι φυσικό θα ισχύει και $T'_{o\lambda} = 80N$

Για την ράβδο τώρα θα ισχύει σύμφωνα και με το σχήμα:



$$\Sigma\tau_{O} = \tau_{WA} + \tau_{W\Gamma} - \tau_{T o\lambda} = 10\cdot 2 + 60\cdot 1 - 80\cdot 1 = 0$$

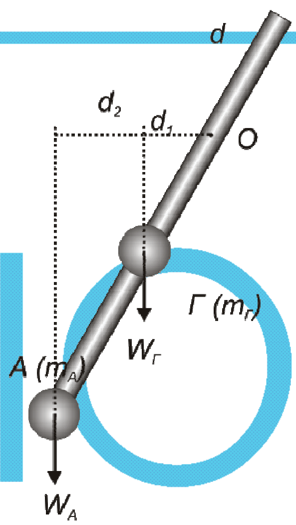
Δηλαδή η ράβδος ισορροπεί περιστροφικά ως προς άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο και είναι κάθετος στο επίπεδο του χαρτιού.

Δ2.

$$\Sigma\tau = I\alpha_{\gamma} \Rightarrow W_A d_2 + W_\Gamma d_1 = I\alpha_{\gamma} \Rightarrow$$

$$W_A 2d\eta\mu 30 + W_\Gamma d\eta\mu 30 = \left(m_A 4d^2 + m_\Gamma d^2\right)a_{\gamma} \Rightarrow$$

$$a_{\gamma} = \frac{W_A 2d\eta\mu 30 + W_\Gamma d\eta\mu 30}{m_A 4d^2 + m_\Gamma d^2} \Rightarrow \boxed{a_{\gamma} = 4\frac{rad}{\sec^2}}$$



Δ3.

Το σύστημα φτάνοντας στην κατακόρυφη θέση (δηλαδή λίγο πριν από την κρούση) θα έχει γωνιακή ταχύτητα που μπορούμε να την βρούμε χρησιμοποιώντας κάποια ενεργειακή σχέση:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} + E_{\pi\rho} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} + E_{\alpha\pi} \Rightarrow 0 + m_A g 2d + m_\Gamma g 2d = \frac{1}{2}I\omega^2 + m_\Gamma g d \Rightarrow$$

$$m_A g 2d + m_\Gamma g 2d - m_\Gamma g d = \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow \omega^2 = \frac{m_A g 2d + m_\Gamma g d}{I} \Rightarrow \omega = 4\frac{r}{\sec}$$

Στην συνέχεια θα εφαρμόσουμε διατήρηση στροφορμής κατά τη διάρκεια της πλαστικής κρουσης:

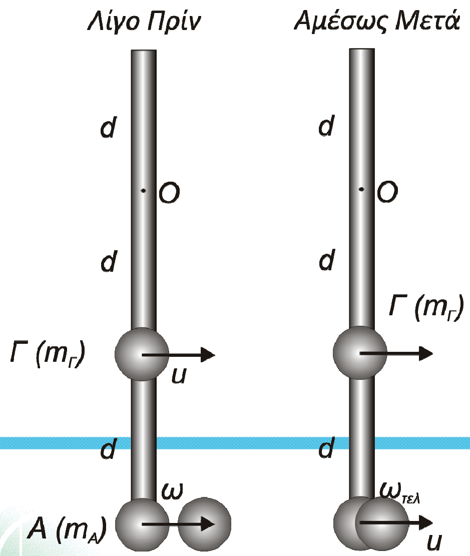
$$L_{\alpha\rho\chi} = L_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow I\omega = I_{\tau\varepsilon\lambda}\omega_{\tau\varepsilon\lambda}^2 \ (1)$$

Όμως μετά την πλαστική κρούση η ροπή αδράνειας του συστήματος μεταβάλλεται και γίνεται $m_A 4d^2 + m_\Gamma d^2 + m_4 4d^2 = 30kgm^2$ οπότε από την σχέση (1) θα έχουμε:

$$10\cdot 4 = 30\omega_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow \omega_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{40}{30} \Rightarrow \omega_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{4}{3}\frac{rad}{\sec}$$

Αφού έχουμε βρει την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος μετά την κρούση, θα βρούμε και την γραμμική ταχύτητα του σημείου σύμφωνα με την σχέση

$$u = \omega_{τελ} \cdot 2d = \frac{4}{3} \cdot 2 \Rightarrow \boxed{u = \frac{8}{3} \frac{m}{sec}}$$



Δ4.

Αφού κόψαμε το νήμα, τότε η τροχαλία θα αρχίσει να περιστρέφεται, τα δε σώματα θα κάνουν μεταφορικές κινήσεις το ένα κατερχόμενο και το άλλο ανερχόμενο. Έτσι:

Σώμα 1: Μεταφορική κίνηση

$$\sum \vec{F_1} = m_1 \vec{a_1} \Rightarrow W_1 - T_1 = m_1 a_1 \Rightarrow \boxed{m_1 g - T_1 = m_1 a_1} \quad (1)$$

Σώμα 2: Μεταφορική κίνηση

$$\sum \vec{F_2} = m_2 \vec{a_2} \Rightarrow T_2 - W_2 = m_2 a_2 \Rightarrow \boxed{T_2 - m_2 g = m_2 a_2} \quad (2)$$

Τροχαλία: Περιστροφική κίνηση

$$\sum \vec{\tau} = I \vec{\alpha_\gamma} \Rightarrow \tau_{T'_1} - \tau_{T'_2} = I \alpha_\gamma \Rightarrow \left(T'_1 - T'_2\right) R = I \alpha_\gamma \Rightarrow$$

$$\left(T'_1 - T'_{12}\right) \cancel{R} = \frac{1}{2} M R^{\cancel{2}} \alpha_\gamma \Rightarrow \boxed{T'_1 - T'_2 = \frac{1}{2} M R \alpha_\gamma} \quad (3)$$

Όμως αφού το νήμα είναι αβαρές και τεντωμένο θα ισχύει $\left|\vec{T_1}\right| = \left|\vec{T'_1}\right|$ και $\left|\vec{T_2}\right| = \left|\vec{T'_2}\right|$ και από την άλλη επειδή το νήμα δεν έχει σπάσει, κάθε σημείο του θα έχει το ίδιο μέτρο επιτάχυνσης το οποίο θα είναι και το μέτρο της γραμμικής επιτάχυνσης των σημείων της περιφέρειας της τροχαλίας. Δηλαδή θα ισχύει:

$$a_1 = a_2 = a_A = a_B \Rightarrow a_1 = a_2 = \alpha_\gamma R$$

Την κοινή αυτή επιτάχυνση την ονομάζω a και θα έχουμε από την (3): $T_2 - T_1 = \frac{1}{2} M\mathrm{a}$.

Λύνουμε την (1) ως προς T_1, την (2) ως προς T_2 και αντικαθιστούμε στην (3):

$$m_1 g - m_1\mathrm{a} - m_2 g - m_2\mathrm{a} = \frac{1}{2}M\mathrm{a} \Rightarrow (m_1 - m_2)g = \left(m_2 + m_1 + \frac{M}{2}\right)\mathrm{a}$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathrm{a} = \frac{(m_1 - m_2)g}{\left(m_1 + m_2 + \frac{M}{2}\right)}} \Rightarrow \boxed{\mathrm{a} = 2\frac{m}{s^2}} (4)$$

Η επιτάχυνση αυτή είναι και η επιτάχυνση του σώματος m_2 και του σώματος m_1 αλλά και η γραμμική επιτάχυνση των σημείων της περιφέρειας της τροχαλίας.

Για τις τάσεις των νημάτων θα έχουμε:

$$T_2 = m_2 g + m_2\mathrm{a} \Rightarrow \boxed{T_2 = m_2 g + m_2 \frac{(m_1 - m_2)g}{\left(m_1 + m_2 + \frac{M}{2}\right)}} \Rightarrow T_2 = 12N$$

$$T_1 = m_1 g - m_1\mathrm{a} \Rightarrow \boxed{T_1 = m_1 g - m_1 \frac{(m_1 - m_2)g}{\left(m_1 + m_2 + \frac{M}{2}\right)}} \Rightarrow T_1 = 16N$$

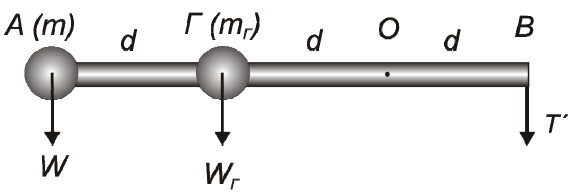
ενώ για την τροχαλία θα ισχύει:

$$\sum F = 0 \Rightarrow \vec{W} + \vec{T} + \vec{T_1} + \vec{T_2} = 0 \Rightarrow T = T_1 + T_2 + W \Rightarrow$$

$$T = m_1 g + m_1 \frac{(m_2 - m_1)g}{\left(m_1 + m_2 + \frac{M}{2}\right)} + m_2 g - m_2 \frac{(m_2 - m_1)g}{\left(m_1 + m_2 + \frac{M}{2}\right)} + Mg$$

$$\Rightarrow \boxed{T = (m_1 + m_2 + M)g + \frac{(m_2 - m_1)(m_1 - m_2)g}{\left(m_1 + m_2 + \frac{M}{2}\right)}} \Rightarrow T = 68N$$

Έτσι:



$$\Sigma\tau = 0 \Rightarrow mg2d + m_\Gamma gd - T'd = 0 \Rightarrow mg2d = T'd - m_\Gamma gd \Rightarrow m = \frac{T'd - m_\Gamma gd}{g2d} \Rightarrow \boxed{m = 0,4kg}$$